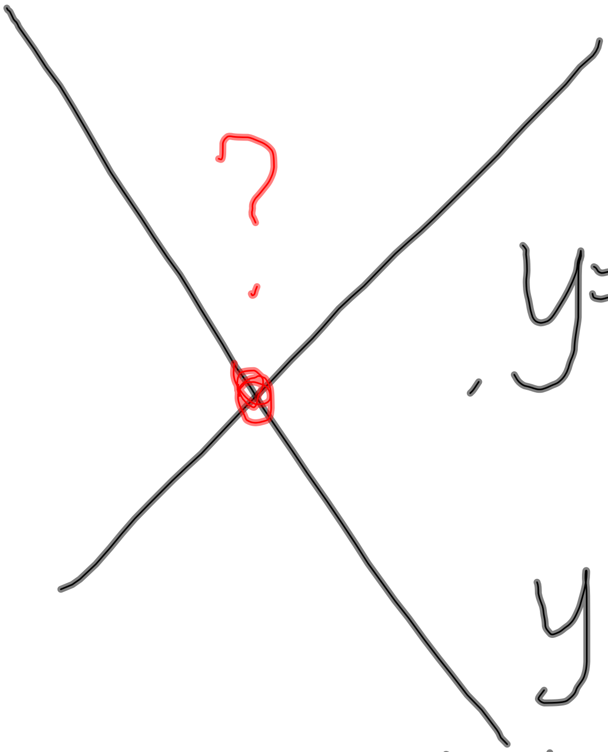
MaB-exempel



$y = x + 1$

$y = 2 - x$

Lösning uppfyller

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2 - x \end{cases}$$

nov 11-09:57

Skriv om så att vi får rätt form.

$$\begin{cases} x - y = -1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \cdot x + (-1) y = -1 \\ 1 \cdot x + 1 \cdot y = 2 \end{cases}$$

nov 11-09:58

Talen $a_{i,j}$ i ekvationssystemet kallas

koefficienter

Vi har också ett högerled av konstanter

nov 11-09:58

$$\begin{cases} 1\cdot x + (-1)y = -1 \\ 1\cdot x + 1\cdot y = 2 \end{cases}$$

$$\iff$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

nov 11-09:58

Lösningsmetod

"Summerar för att få fram x."

$$\begin{array}{rl} & x - y = -1 \\ + & x + y = 2 \\ \hline & 2x = 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2},\ y = 1\frac{1}{2}$$

nov 11-09:58

Vi kan också
lösa ut en variabel
ur en ekvation och
sätta in i den andra.

nov 11-09:58

Totalmatris

Samla alla koefficienter + högerled i en matris

$$(A \mid b)$$

nov 11-09:58

$$\begin{cases} x-2y+z=3 \\ 3x+2y-z=1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$ [ersätter andra ekvationen med summan av dem]

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y+z=3 \\ 4x+0\cdot y+0\cdot z=4 \end{cases}$$

nov 11-09:58

$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$ [addera (-1) ggr andra ekvationen till första] $\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \cdot x - 2y + z = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

nov 11-09:58

Gausselimination

$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{cases}$$

motsvarar totalmatrisen

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

nov 11-10:28

Här inleds redan
första raden med
en etta.
Eliminera 3 från
andra raden genom
att mult. med −3
i första och lägga
till den andra.

nov 11-10:29

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 1 \end{array}\right) -3 \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 8 & -4 & -8 \end{array}\right) \sim \boxed{\frac{1}{8}}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -1 \end{array}\right)$$

nov 11-10:31

$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ y - \frac{1}{2}z = -1 \end{cases}$$

Tredje kolonnen saknar ledande etta. Alltså kan z vara vad

nov 11-10:37

Som helst. Inför en parameter $t \in \mathbb{R}$

$$z = t$$

Både x och y har ledande ettor i sina kolonner $\Rightarrow$ vi kan lösa ut dem.

nov 11-10:41

Ur andra ekvationen

får vi

$$y = -1 + \frac{1}{2}z =$$

$$= -1 + \frac{1}{2}t$$

Ur första ekvationen

får vi

$$x = 3 + 2y - z =$$

$$= 3 + 2(-1 + \frac{1}{2}t) - t = 1$$

nov 11-10:43

Lösningen ges av

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ -1 + t/2 \\ t \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

nov 11-10:45

Exempel

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = -2 \\ x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_4 = 5 \end{cases}$$

nov 11-11:05

$$x_3 + 3x_4 = 1$$

$$\Rightarrow x_3 = 1 - 3x_4 =$$

$$= 1 - 3 \cdot 5 = -14$$

$$x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = -2$$

$$\Rightarrow x_1 = -2 + 3x_2 - x_3 - 4x_4$$

$$= -2 + 3t - (-14) - 4 \cdot 5$$

$$= 3t - 8$$

nov 11-11:07

$$\begin{cases} x_1 = -8 + 3t \\ x_2 = t \\ x_3 = -14 \\ x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ -14 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

nov 11-11:09

Sätt in $(3, 1, 0, 0)^t$

i ekvationssystemet

$$\begin{cases} 1 \cdot 3 + (-3) \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 0 \\ 1 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0 \\ 1 \cdot 0 = 0 \end{cases}$$

Om vi sätter in

parameterdelen

får vi alltid noll!

nov 11-11:12

Det kallas den homogena lösningen

$$A\bar{x} = 0$$

Den konstanta delen av lösningen kallas partikulär-lösning

nov 11-11:14

Se på

$$A\bar{x}=\bar{b}$$

Om $\bar{x}_0$ är en partikulärlösning dvs

$$A\bar{x}_0=\bar{b}$$

nov 11-11:17

Så kan vi få

$$A\bar{x} - A\bar{x}_0 = \bar{b} - \bar{b} = 0$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$A(\bar{x} - \bar{x}_0) = 0$$

det homogena systemet (HL=0)

nov 11-11:18

$\bar{X}_h$ homogen lösning

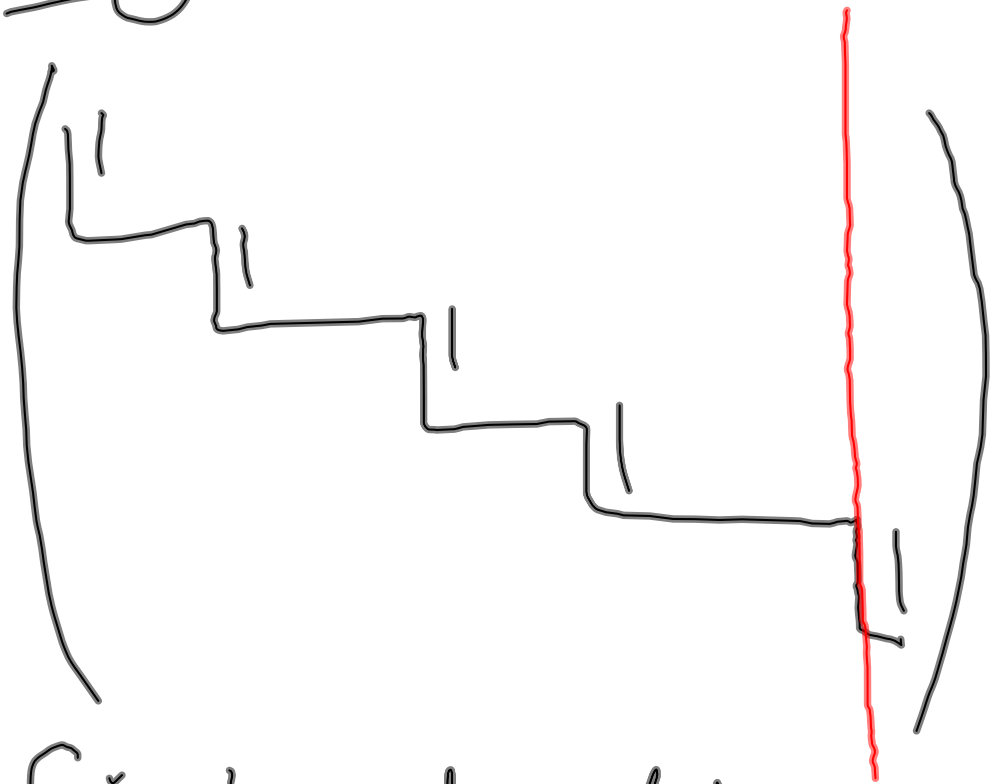
Lösningen till

$$A\bar{X}=\bar{b}$$

är $\bar{X}=\bar{X}_h+\bar{X}_0$

nov 11-11:20

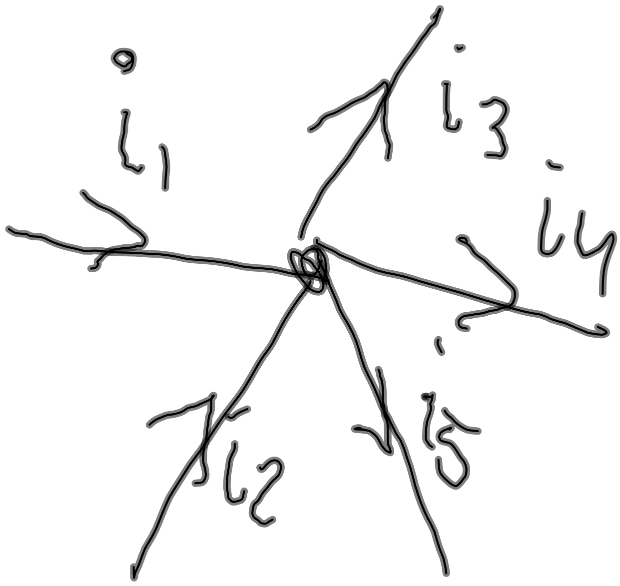
Inkonsistenta system



Sista ekvationen säger $0=1$

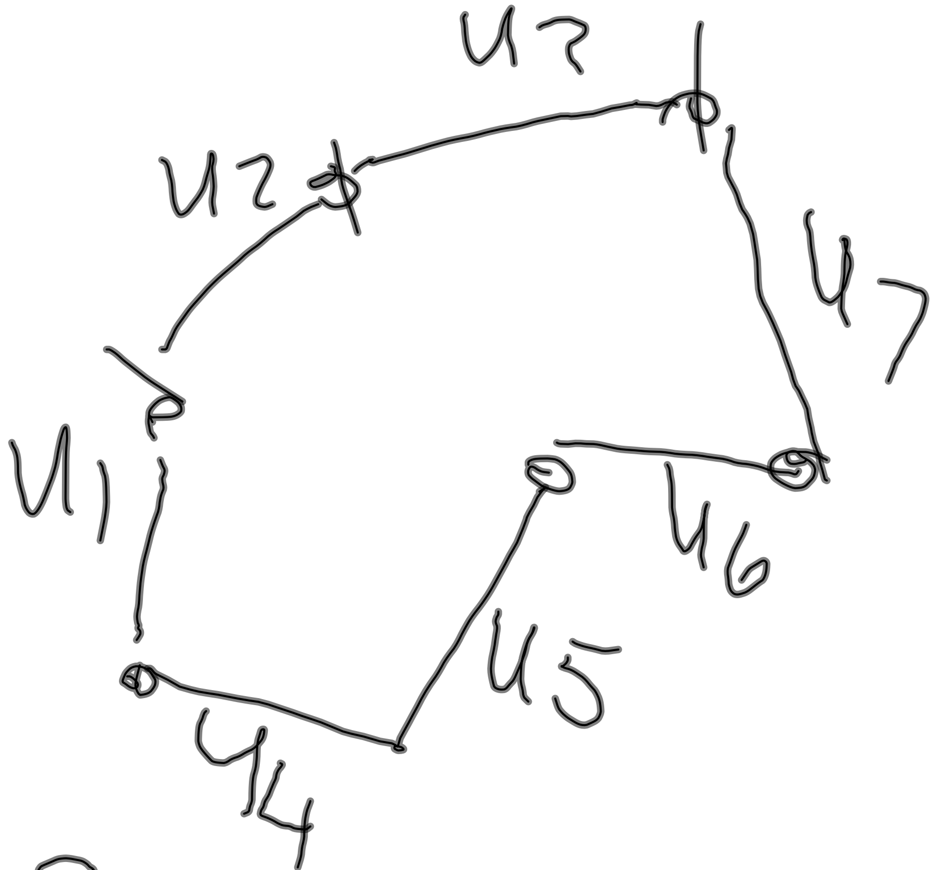
nov 11-11:22

Elkrets



$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

nov 11-11:27

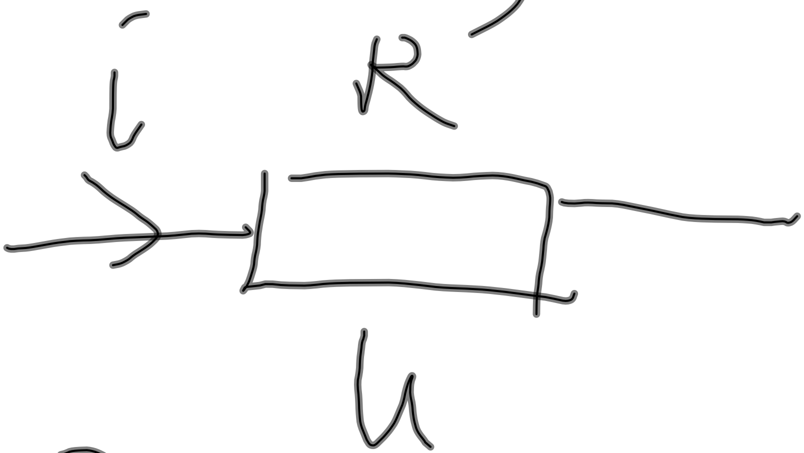


Summan av spänningar olika vägar blir lika

$$u_1 + u_2 + u_3 = u_4 + u_5 + u_6 + u_7$$

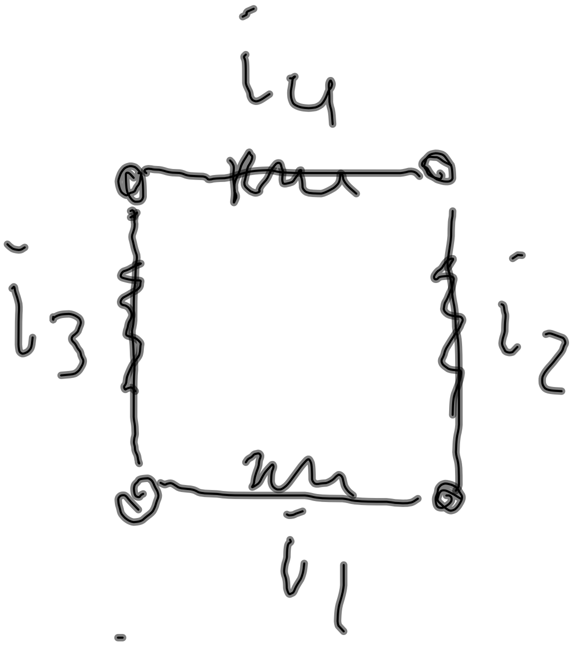
nov 11-11:29

Ohms lag



$iR = u$

nov 11-11:31



$$i_3 = i_4 \qquad u_1 + u_2 = u_3 + u_4$$

$$i_1 = i_2$$

$$u_1 = R_1 i_1$$

$$u_2 = R_2 i_2$$

$$u_3 = R_3 i_3$$

$$u_4 = R_4 i_4$$

nov 11-11:32

i_1	i_2	i_3	i_4	u_1	u_2	u_3	u_4
0	0	1	-1	0	0	0	0
1	-1	0	0	0	0	0	0
R_1	0	0	0	-1	0	0	0
0	R_2	0	0	0	-1	0	0
0	0	R_3	0	0	0	-1	0
0	0	0	R_4	0	0	0	-1
0	0	0	0	1	1	-1	-1

nov 11-11:35

Sampling

mikrofon ger

$u(t) \rightsquigarrow$

sampling

$u_0, u_1, \ldots, u_{20000}$

nov 11-11:42

Digitala filter används för att behandla vektorn.

$$u_i = a_1 u_{i-1} + a_2 u_{i-2} + \dots$$

$$+ \quad \dots + a_3 u_{i-30}$$

nov 11-11:43

nov 11-11:46